

ДИФРАКЦИОННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ОСЦИЛЛЯТОРА

И. Я. Дубовская, О. М. Луговская

При движении заряженной частицы в кристаллической мишени упорядоченное расположение атомов может существенно изменить как характер движения частицы, так и собственное состояние излучаемого фотона. Известно, что заряженные частицы, падающие на кристалл под малым углом относительно кристаллографических осей (плоскостей), попадают в режим каналирования, при котором движение частицы определяется усредненным вдоль направления движения частицы двумерным (одномерным) потенциалом [1]. Ограниченный характер движения частицы в поперечной плоскости приводит к формированию зонной структуры их поперечной энергии. Переход между двумерными (одномерными) зонами поперечной энергии инициирует излучение фотона, частота которого определяется законами сохранения энергии и импульса:

$$\omega = \frac{\Omega_{ij}}{1 - \beta n(\omega) \cos \vartheta},$$

где ϑ – угол излучения; $\beta = v/c$, v – продольная скорость частицы, c – скорость света; $n(\omega)$ – показатель преломления для фотона с частотой ω в среде; Ω_{ij} – частота перехода между двумерными (одномерными) зонами поперечной энергии ε_i и ε_j , в лабораторной системе координат $\Omega_{ij} = \varepsilon_i - \varepsilon_j$. Таким образом, каналированную в кристалле частицу можно рассматривать как некоторый релятивистский двумерный (одномерный) осциллятор с частотой, определяемой зонной структурой ее поперечной энергии [2]. Необходимо отметить, что релятивистский осциллятор может быть сформирован не только действием усредненного потенциала кристаллографических плоскостей (осей), но и в результате воздействия внешних электромагнитных (ультразвуковых, лазерных) полей.

Частота излучения, вследствие эффекта Доплера, сдвигается в рентгеновскую и даже γ -частотную область. В общем случае, когда не выполняется условие дифракции, для излучаемого фотона $n(\omega) = 1 - \omega_L^2 / 2\omega^2$. Как следствие сложного эффекта Доплера [3] под фиксированным углом ϑ наблюдаются две частоты излучения для данного перехода Ω_{ij}

$$\omega_{i,j}^{(1,2)} = \frac{\Omega_{ij} \pm \sqrt{\Omega_{ij}^2 - 2\omega_L^2(1 - \beta \cos \vartheta)}}{2(1 - \beta \cos \vartheta)}. \quad (1)$$

Очевидно, что для не равного нулю значения угла ϑ разность частот $\omega_{ij}^{(1)}$ и $\omega_{ij}^{(2)}$ с ростом энергии частицы уменьшается.

В области частот излучения, когда длина волны излучаемого фотона сравнима с межатомным расстоянием в кристалле, дифракция фотонов может существенно изменить собственное состояние излучения. При выполнении условий

дифракции Брэгга собственные состояния электромагнитного поля в кристалле описываются функциями Блоха и излучение характеризуется в общем случае несколькими показателями преломления, зависящими от направления импульса фотона. В результате становится возможным излучение осциллятора не только под малым, но и под большим (дифракционным) углом относительно его скорости. Излучение формирует характерную для кристалла дифракционную картину. Можно говорить, что возникает новый вид излучения заряженной частицы, движущейся в кристалле, – дифракционное излучение осциллятора (ДИО), – который не может быть сведен к простому сложению процессов излучения осциллятора (излучения при каналировании) и дифракции излучаемых фотонов. Анализ механизма формирования ДИО показывает, что когерентная длина формирования фотона, как правило, превышает длину экстинкции, т. е. длину формирования дифракции. Следовательно, процессы излучения фотона и его дифракции происходят одновременно, приводя к образованию излучения с новыми характерными свойствами (ДИО), обусловленными в первую очередь изменением дисперсионных свойств кристалла вблизи условий дифракции. Например, в отсутствие дифракции в рентгеновском диапазоне частот спектр излучения осциллятора определяется сложным нормальным эффектом Доплера и излучение всегда сопровождается уменьшением внутренней энергии осциллятора. В условиях дифракции, когда кристалл характеризуется несколькими показателями преломления в зависимости от числа возбуждаемых сильных волн, хотя бы для одного из них выполняется неравенство $n(\omega) \geq 1$, и, как следствие, становится возможным излучение, сопровождаемое возбуждением самого осциллятора (аномальный эффект Доплера).

1. Спектрально-угловое распределение ДИО

Детальный анализ ДИО был проведен в работах [4–10]. Основные свойства ДИО рассмотрим, анализируя спектрально-угловое распределение излучения для каналированных частиц. В [4–6] были получены явные выражения для спектрально-углового распределения при различных геометриях дифракции фотонов, при этом использовалось описание движения каналированной частицы с помощью двумерных (одномерных) волн Блоха и уравнений Максвелла для динамической дифракции фотонов. Например, в случае возбуждения двух сильных волн, т. е. двухволновой дифракции в геометрии Лауэ, спектрально-угловое распределение ДИО в дифракционный пик запишется в следующем виде:

$$\frac{d^2 N_s^\tau}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2 \beta_1^2 \omega}{\pi^2 \hbar c^3} \sum_{i,j} W_{ij} \left| \vec{e}_{0s}^\tau \vec{g}_{ij} \right|^2 \left| \sum_{\mu=1,2} \xi_{\mu s}^\tau \frac{1 - \exp(-iq_{zij}^{\mu s} L)}{q_{zij}^{\mu s}} \right|^2, \quad (2)$$

где

$$q_{zij}^{\mu s} = \omega(1 - \beta_z \cos \vartheta) - \Omega_{ij} - \frac{\omega}{\gamma} \varepsilon_{\mu s} - \frac{\alpha_B}{2}, \quad \gamma - \text{лоренц-фактор частицы,}$$

$$\varepsilon_{\mu s} = 1 - \frac{1}{4} \left\{ \chi_0(1 + \beta_1) - \alpha_B \beta_1 \pm \sqrt{[\chi_0(1 - \beta_1) + \alpha_B \beta_1]^2 + 4\beta_1 \chi_\tau^s \chi_{-\tau}^s} \right\},$$

$\alpha_B = \frac{2\vec{k}\vec{\tau} + \tau^2}{k^2}$, α_B – параметр, характеризующий отклонение от точного выполнения условия Брэгга ($\alpha_B = 0$ в случае точного выполнения условия Брэгга),

ϑ – угол между волновым вектором фотона \vec{k}_τ , распространяющегося под малым углом относительно средней скорости частицы и осью z . В дипольном приближении, которое хорошо выполняется для излучения в рентгеновском диапазоне, для случая излучения в кристалле одномерным осциллятором (частицей в режиме плоскостного каналирования)

$$\vec{g}_{ij} = -i[\beta_z \vec{n}_z(k_x x_{ij}) + \Omega_{ij} \vec{n}_x x_{ij}],$$

$$x_{ij} = \int_0^d \Psi_i(x, \vec{k}) x \Psi_j^*(x, \vec{k}) d^2 x,$$

$\Psi_i(x, \vec{k})$ и $\Psi_j(x, \vec{k})$ – одномерные функции Блоха, удовлетворяющие уравнению типа Шредингера, W_{ij} – вероятность заселенности состояния поперечной энергии, L – толщина кристаллической мишени, $\vec{k}_\tau = \vec{k} + \vec{\tau}$, $\beta_1 = \gamma_0 / \gamma_\tau$,

$\gamma_0 = \frac{k_z}{|\vec{k}|}$, $\gamma_\tau = \frac{k_{z\tau}}{|\vec{k}|}$, χ_0, χ_τ – фурье-компоненты диэлектрической восприимчивости кристалла по векторам обратной решетки, $\xi_{\mu s}^\tau$ – амплитуда дифрагированной волны (см., например, [8]).

2. Анализ дисперсионных кривых

Согласно (2), максимальная интенсивность излучения будет наблюдаться при углах и частотах, удовлетворяющих условию $q_{zij}^{\mu s} = 0$, которое является дисперсионным уравнением для ДИО. Анализ соответствующей области частот и углов (дисперсионных кривых ДИО) удобно провести, подставив в выражение для $q_{zij}^{\mu s}$ явный вид $\varepsilon_{\mu s}$ в двухволновом приближении. В этом случае уравнение $q_{zij}^{\mu s} = 0$ можно переписать в виде

$$\alpha_B = D - \chi'_0(\beta_1 - 1) - \beta_1 r'_s / D, \quad (3)$$

в котором $D = \vartheta^2 + \gamma^{-2} + \gamma_{tr}^{-2} - \frac{2n\Omega_{ij}}{\omega} \neq 0$; $\gamma_{tr} = \frac{\omega}{\omega_L}$; $r'_s + ir''_s = \chi_\tau^s \chi_{-\tau}^s$. При получении уравнения (3) ради простоты мы пренебрегли мнимыми частями χ''_0 ,

r''_s , так как $\chi''_0, r''_s \ll \chi'_0$ и r'_s вдали от резонанса.

Уравнение (3) справедливо для любого случая геометрии дифракции по Лауэ ($\beta_1 > 0$) или Брэггу ($\beta_1 < 0$). Анализ показывает, что (3) удовлетворяет условию $q_{zij}^{\mu s} = 0$ только на одной из дисперсионных ветвей $\mu = 1(2)$ (см. выше

выражение для $\varepsilon_{\mu s}$) в зависимости от знака величины $P = D + \frac{\beta_1 r'_s}{D}$: ДИО испускается на первой ветви, $\mu = 1$, если $P > 0$, и на второй ветви, $\mu = 2$, если $P < 0$. Например, в случае дифракции по Лауэ величина $\beta_1 = \gamma_0 / \gamma_1 > 0$ и, следовательно, номер ветви, на которой испускается ДИО, определяется только знаком величины D .

Отметим, что уравнение $D = 0$ определяет зависимость между углом испускания фотона ϑ и его частотой ω в случае сложного эффекта Доплера [2, 3]. Согласно (3), для ДИО дисперсионная зависимость $D = 0$, или то же самое (в дальнейшем будем обозначать Ω_{ij} просто Ω)

$$\omega = \frac{2n\Omega}{\gamma^{-2} + \gamma_{tr}^{-2} + \vartheta^2} \quad (4)$$

будет иметь место в кинематическом пределе ($r'_s \rightarrow 0$). В этом случае спектрально-угловое распределение ДИО можно приближенно представить как распределение фотонов, испущенных в случае сложного эффекта Доплера вдоль направления скорости частицы и отраженных затем на атомных плоскостях в направлении дифракционного максимума.

Напомним основные параметры сложного эффекта Доплера, следующие из (4). Частота $\omega_D = \frac{\omega_L^2}{n\Omega}$ и лоренц-фактор $\gamma_D = \frac{\omega_L}{n\Omega}$ (здесь $n = 1, 2 \dots$) определяют точку рождения сложного эффекта Доплера – при $\gamma < \gamma_D$ осциллятор с частотой Ω не излучает в преломляющей среде на n -й гармонике: в отличие от излучения в вакууме осциллятор излучает, начиная с $\gamma = \gamma_D$; при $\gamma = \gamma_D$ частота излучения $\omega = \omega_D$, угол излучения $\vartheta = 0$; с увеличением γ из точки ω_D расходятся верхняя и нижняя ветви сложного эффекта Доплера.

В случае $\gamma \gg \gamma_D$ минимальная частота излучения, принадлежащая нижней ветви, $\omega_{\min} = \omega_D / 2$. Максимальная частота излучения, принадлежащая верхней ветви, $\omega_{\max} = 2\Omega n \gamma^2$.

В режиме динамической дифракции ($r'_s \neq 0$) углы и частоты, соответствующие (4), уже не удовлетворяют условию $q_z^{\text{мс}} = 0$. Дисперсионные кривые описываются в этом случае уравнением (3).

Анализировать дисперсионные кривые дифракционного максимума ДИО удобно на плоскости (ϑ, ω) , фиксируя азимутальный угол φ (для определенности полагаем далее $\varphi = 0$).

Рассмотрим два случая.

1. $D|_{\substack{\omega=\omega_B \\ \vartheta=0}} < 0$.

Это условие выполняется для гармоник $n > 0$ и брэгговских частот, удовлетворяющих двойному неравенству $\omega_{\min} < \omega_B < \omega_{\max}$, т. е. в случае, когда ДИО по-

падает в «коридор частот» сложного эффекта Доплера. При этом ДИО испускается на двух ветвях (в геометрии Лауэ $\beta_1 > 0$). Одна из них, отвечающая условию $D < 0$ ($\mu = 2$), находится в замкнутой области на плоскости (ϑ, ω), ограниченной кривой $D = 0$ и осью ординат (осью ω). Другая, для которой $D > 0$ ($\mu = 1$), расположена вне этой области. Обе ветви асимптотически приближаются к кривой $D = 0$, что соответствует в уравнении (3) стремлению α_B к плюс и минус единице.

Описанную ситуацию иллюстрирует рис. 1, на котором изображены дисперсионные кривые ДИО в случае дифракции фотонов на плоскостях (220) монокристалла GaAs (угол Брэгга $\theta_B = 9,5^\circ$, симметричная дифракция $\beta_1 = 1$ по Лауэ).

Энергия осциллятора (заряженной частицы) 900 МэВ, частота $\Omega = 6,44 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$. Величина Ω примерно соответствует частотам в случае движения частиц вдоль плоскостей (100) монокристалла GaAs (плоскостное каналирование). В данном примере значение полярного угла, на котором угловое распределение ПРИ достигает максимума, равно $\vartheta_{ph} \approx \frac{1}{\gamma_{tr}} = 2,75 \cdot 10^{-3}$ рад, а угол, на котором выполняется

условие $D|_{\omega=\omega_B} = 0$, равен $\vartheta_D = 6,16 \cdot 10^{-3}$ рад. В области углов $\vartheta \geq \vartheta_D$ дифракционные кривые ДИО ($q_z^{1,2} = 0$) асимптотически стремятся слева ($\mu = 2$) и справа ($\mu = 1$) к кривой $D = 0$.

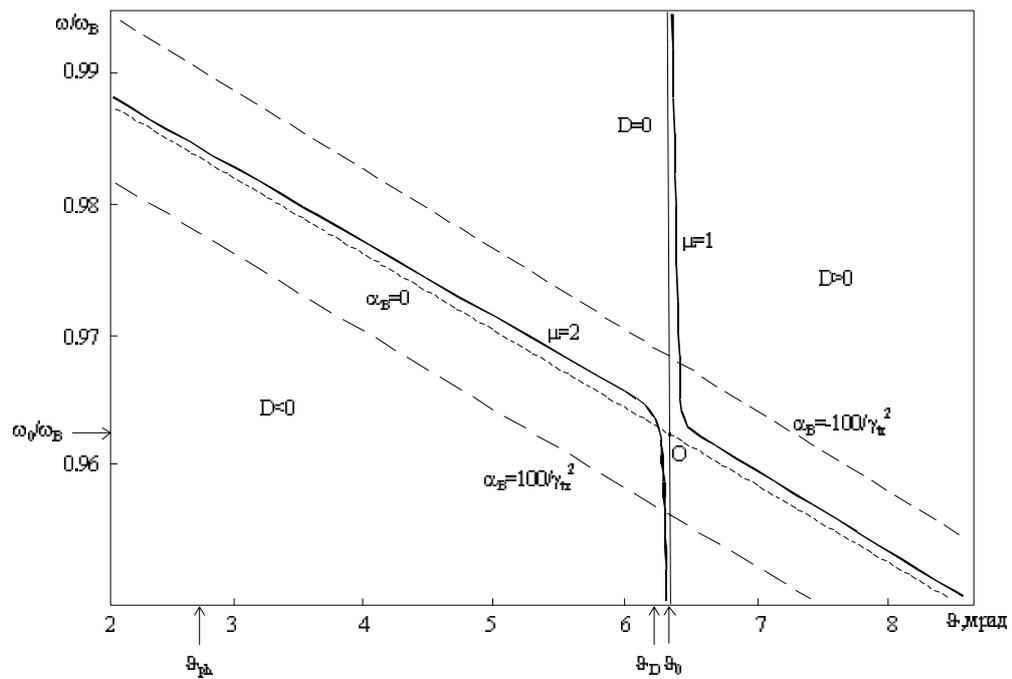


Рис. 1. Дисперсионные кривые ДИО для первой ($\mu = 1$) и второй ($\mu = 2$) дисперсионных ветвей

Отметим, что в работах [5, 9] был проведен анализ дисперсионных кривых ДИО в случае дифракционного максимума излучения вперед – вдоль направления движения заряженной частицы.

$$2. D \Big|_{\substack{\omega=\omega_B \\ \vartheta=0}} > 0.$$

Указанное неравенство выполняется для всех гармоник $n < 0$ (т. е. для спектра аномального эффекта Доплера). Для гармоник $n > 0$ указанное условие выполняется в двух случаях.

Во-первых, когда лоренц-фактор частицы $\gamma < \gamma_D$. Напомним, что при отсутствии дифракции испускаемых фотонов осциллятор в этом случае не излучает. Однако, вследствие изменения зависимости показателя преломления дифрагирующих фотонов от частоты фотонов по сравнению с обычным законом дисперсии для рентгеновского диапазона $n(\omega) = 1 - \frac{\omega_L^2}{2\omega^2}$, ДИО становится возможным при $\gamma < \gamma_D$. Во-вторых, когда ω_B не попадает в коридор частот сложного эффекта Доплера ($\omega_B \notin [\omega_{\min}, \omega_{\max}]$). В указанных случаях практически всегда можно считать, что частотная зависимость в (3) определяется зависимостью от ω параметра α_B , и, как следствие, дисперсионные кривые ДИО изображаются на плоскости (ϑ, ω) линией, задаваемой уравнением

$$\alpha_B = \vartheta^2 + \frac{1}{\gamma^2} + \frac{\beta_1}{\gamma_{tr}^2}. \quad (5)$$

3. Угловое распределение ДИО

В качестве примера на рис. 2 изображено угловое распределение ДИО для σ -поляризации, соответствующее случаю гармонического осциллятора с амплитудой осцилляций \vec{a}_1^\perp и частотой Ω , $\theta_0(\theta_{01}, \theta_{02})$ – угол влета частицы в кристалл относительно оси, заданной вектором \vec{e}_z , $\vec{e}_1 \perp \vec{e}_z$ (угол $\varphi = 0$, толщина кристаллической пластинки $L = 1,0 \cdot 10^{-2}$ см, предполагаются выполненными условия дипольного приближения $\vec{a}_1^\perp = \frac{1}{2} \theta_{01} \vec{e}_1$, $\theta_{01} = 4,23 \cdot 10^{-4}$ рад, $\theta_{02} = 0$).

Как видим, дифракционный максимум ДИО представляет собой два узких кольца (учитывая все возможные значения азимутального угла φ), первое из которых соответствует $\mu = 2$, а второе $\mu = 1$. Без учета зависимости L_{abs}^{ms} от полярного угла максимумы в угловом распределении ДИО достигаются на углах

$$\vartheta_{1,2} = \sqrt{\vartheta_D^2 \pm \sqrt{\beta_1 r'_s} / \sqrt[4]{\frac{2 \sin^2 \theta_B}{\Omega/\omega_B}}} \approx \vartheta_D, \quad (6)$$

которые в данном примере равны $\vartheta_2 = 6,11 \cdot 10^{-3}$ рад и $\vartheta_1 = 6,21 \cdot 10^{-3}$ рад. Отношение угловых ширин максимумов к величине ϑ_D приблизительно равно

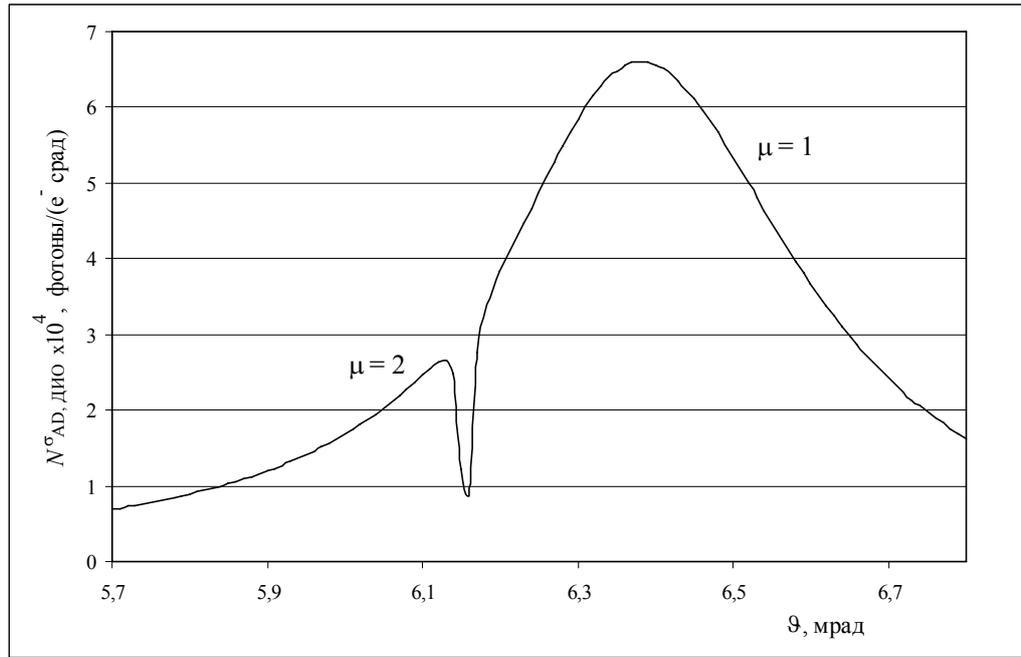


Рис. 2. Срез углового распределения ДИО в монокристалле GaAs для $\varphi = 0$.

$$\frac{\Delta\vartheta}{\vartheta_D} \cong \frac{4\sqrt{\beta_1 r'_s}}{\vartheta_D} \sim \frac{1}{\gamma_{tr} \vartheta_D} \sim 0,1. \quad (7)$$

Характерной чертой указанного распределения является то, что максимум, соответствующий первой дисперсионной ветви, значительно выше максимума, соответствующего $\mu = 2$. Этот факт объясняется аномально большим значением глубины поглощения L_{abs}^{1s} при $\mu = 1$ по сравнению с $\mu = 2$. Действительно, для первой ветви $D > 0$, для второй $D < 0$, и возможен случай, когда $L_{abs}^{1s} > L_{abs}^{2s}$.

Проследим за изменением плотности углового распределения ДИО по мере увеличения энергии излучающей частицы.

1. Лоренц-фактор $\gamma < \gamma_R = \sqrt{\frac{\omega_B}{2\Omega}}$: частота ω_B больше максимальной частоты

излучения $\omega_{max} = 2\Omega\gamma^2$, величина $D_0 = \gamma^{-2} + \gamma_{tr}^{-2} - 2\Omega/\omega_B > 0$. В силу последнего обстоятельства излучение происходит только на первой дисперсионной ветви с индексом $\mu = 1$ и угловое распределение представляет собой одиночный максимум, направленный строго вдоль вектора $\vec{k}_{B\tau}$.

2. При стремлении γ к величине γ_R максимум углового распределения ДИО, расположенный на угле $\vartheta = 0$, быстро возрастает, а его угловая ширина резко падает. В этом смысле можно сказать, что угловое распределение ДИО описы-

вается резонансной кривой, которая становится наиболее крутой при приближении γ к величине γ_R .

3. В области $\gamma > \gamma_R$ ($\omega_B < \omega_{\max}$) вид плотности углового распределения ДИО существенно меняется: одиночный максимум, сформировавшийся по мере приближения γ к величине γ_R , при дальнейшем увеличении γ расщепляется на два узких максимума (азимутальный угол излучения φ считаем фиксированным), которые с ростом γ смещаются в область все больших значений ϑ . Приблизительно положение указанных максимумов в угловом распределении соответствует углу ϑ_D , определяемому из уравнения сложного эффекта Доплера (4). Один максимум в плотности углового распределения ДИО расположен на угле $\vartheta < \vartheta_D$, другой на угле $\vartheta > \vartheta_D$, значения углов ϑ_1 и ϑ_2 определены выражением (6).

С увеличением γ значение угла ϑ_D возрастает до величины $\vartheta_D \cong 1/\gamma_R$ при $\gamma \geq \gamma_{tr}$, оставаясь далее ($\gamma \gg \gamma_{tr}$) постоянным.

4. Влияние параметров пучка заряженных частиц на плотность углового распределения ДИО

Угловая ширина резонансов в спектрально-угловом распределении (2) и их высота зависят от угла влета заряженной частицы в кристалл и ее энергии. Это означает, что разброс пучка заряженных частиц по углам и энергиям существенно влияет на угловую интенсивность ДИО. Все сказанное ранее справедливо только при идеальных условиях, при которых разброс частиц по энергии $\Delta\gamma/\gamma$ и эффективная угловая расходимость

$$\theta_{eff} = \sqrt{\theta_A^2 + 2|\vec{n}_z \vec{e}_2| \theta_{02} \vartheta} \quad (8)$$

удовлетворяют неравенству

$$\frac{\Delta\gamma}{\gamma} + \frac{2(\theta_{eff}\gamma)^2}{3} \ll \frac{2\gamma^2 \sqrt{\beta_1 r'_s}}{3}. \quad (9)$$

Для экспериментов на большинстве ускорителей $\frac{\Delta\gamma}{\gamma} > \frac{2(\theta_{eff}\gamma)^2}{3}$ (для γ порядка 100), следовательно, чтобы рассчитать угловое распределение в случае, когда условие (9) не выполняется, необходимо усреднять угловое распределение ДИО по энергетическому разбросу пучка.

На рис. 3 в качестве иллюстрации изображена зависимость максимума функции плотности углового распределения от величины энергетического разброса пучка ($\frac{\Delta\gamma}{\gamma} \gg \frac{2(\theta_{eff}\gamma)^2}{3}$). Очевидно, что зависимость плотности углового распределения от $\frac{\Delta\gamma}{\gamma}$ весьма существенная, и при энергетическом разбросе порядка 5 %

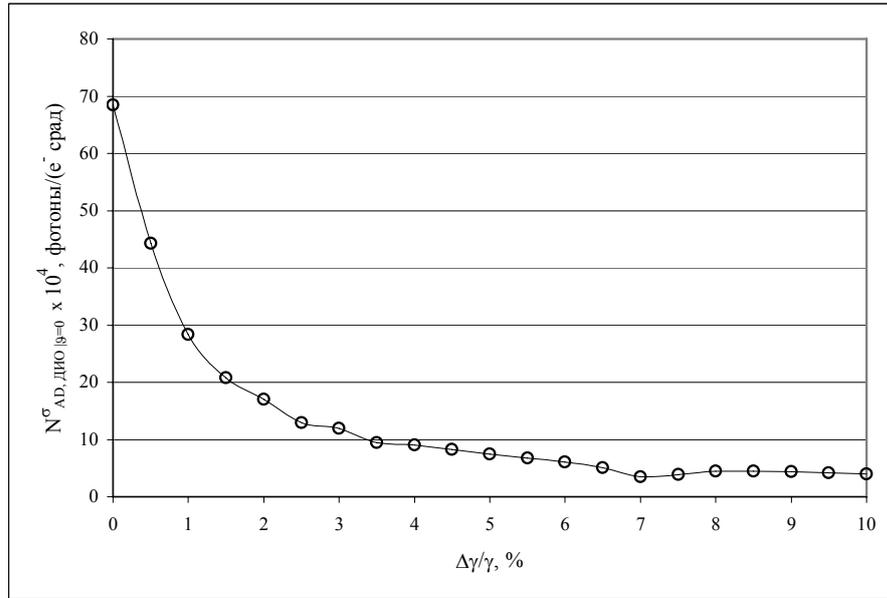


Рис. 3. Зависимость плотности углового распределения ДИО при $\vartheta = 0$ от энергетического разброса пучка ($\gamma \sim \gamma_R$)

интенсивность излучения почти на порядок ниже интенсивности излучения от идеального пучка.

5. Предложения по экспериментальному наблюдению ДИО

Рассмотрим ДИО, испускаемое e^- (e^+), движущимися в кристалле под малыми углами к выбранному семейству атомных плоскостей. В этом случае частота колебаний релятивистского осциллятора $\Omega \sim \frac{2c\theta_L}{d}$ (d – межплоскостное расстояние, $\theta_L = (\gamma\tilde{\gamma})^{-1/2}$ – угол Линдхарда, $\tilde{\gamma} = \frac{mc^2}{2U_0}$, U_0 – высота межплоскостного потенциала). Анализ показывает, что плотность углового распределения фотонов ДИО сначала возрастает как γ^3 ($\vartheta = 0$) с увеличением γ , затем достигает своего наибольшего значения при $\gamma \approx \gamma_R$ и уменьшается при дальнейшем увеличении γ как γ^{-1} . Таким образом, оптимальное значение γ для наблюдения ДИО данной частоты равно γ_R (во всяком случае, с точки зрения максимальной интенсивности ДИО).

Оценим теперь возможность наблюдения максимума ДИО при $\gamma \approx \gamma_R$ (или $\omega_B \geq \omega_{\max}$). В область углов вблизи $\vartheta = 0$ в дифракционный максимум испускаются также и фотоны тормозного излучения, дифрагирующие на атомных плоскостях, как и фотоны ДИО. Поскольку угловая ширина максимума тормозного излучения $\sim 1/\gamma$, то на фоне подложки тормозного излучения необходимо

обнаружить относительно узкий максимум ДИО с угловой шириной порядка $1/\gamma_{tr}$ (в случае идеального пучка). В области $\gamma \geq \gamma_R$ (или $\omega_B < \omega_{max}$) сравнение плотности углового распределения ДИО необходимо проводить уже не с тормозным излучением, а с ПРИ, поскольку в этом случае узкие максимумы ДИО расположены на углах $\vartheta_{1(2)}$ (см. выражение (6)), максимум же ПРИ достигается на угле $\vartheta_{ph} \cong \sqrt{\gamma^{-2} + \gamma_{tr}^{-2}}$.

Типичное значение величины $\gamma_R < 100$, поэтому для того, чтобы получить максимальную интенсивность ДИО, необходимо проводить эксперименты при энергии пучка заряженных частиц в диапазоне 1–100 МэВ. В этом случае частица, движущаяся в кристалле, является квантовым осциллятором [2, 4]. Вот почему при оценке интенсивности ДИО необходимо ввести коэффициент заселенности n -го энергетического уровня W_{ii} с энергией поперечного движения ε_i , определяющей выбранную частоту перехода $\hbar\Omega = \varepsilon_i - \varepsilon_j$ между уровнями i и j [8]. В дальнейшем будем рассматривать ДИО, испускаемое вследствие радиационного перехода между уровнями $1 \rightarrow 0$, тогда интенсивность ДИО пропорциональна $\int_0^{L_0} W_1(z) dz$, где W_1 – заселенность первого энергетического уровня.

Расчеты угловой интенсивности ДИО проводились для ускорителя, основные параметры которого приведены в статье [11]: энергия электронного пучка 50 МэВ ($\gamma = 97,85$), угловой разброс пучка $1,0 \times 10^{-4}$ рад, энергетический разброс пучка для 50 МэВ $\frac{\Delta\gamma}{\gamma} = 0,5$ %.

В результате для обнаружения ДИО можно предложить следующую экспериментальную схему: электронный пучок движется в условиях плоскостного каналирования между плоскостями (100), излучение детектируется под углом, равным двум углам Брэгга относительно направления, определяемого продольной скоростью осциллятора. Рентгеновское излучение дифрагирует на семействе плоскостей (110), т. е. имеет место симметричная дифракция по схеме Лауэ. Угол Брэгга изменяется поворотом кристалла в плоскости дифракции. Одно измерение проводится при частоте Брэгга, равной $\omega_B \approx 2\Omega\gamma^2$, другие – на частоте $\omega_B < 2\Omega\gamma^2$. В рассматриваемой экспериментальной геометрии испускаемое ДИО фактически является σ -поляризованным, а тормозное излучение имеет смешанную поляризацию. Расчеты угловых распределений были проведены для фиксированного азимутального угла $\varphi = 0$, в этой ситуации ПРИ имеет только σ -поляризацию. Коэффициенты заселенности получены для электронного пучка, каналирующего в монокристалле кремния между плоскостями (100). Начальная заселенность первого энергетического уровня при угле влета пучка в кристалл, равном $2,3 \times 10^{-4}$ рад, и угловом разбросе пучка $1,0 \times 10^{-4}$ рад составила 20,5 %. Процедура расчета коэффициентов заселенности и кинетика осциллятора под-

робно описаны в статье [10], там же приведен график зависимостей W_i от глубины проникновения частицы в кристалл.

Толщину кристалла следует выбирать таким образом, чтобы, с одной стороны, отношение интенсивностей ДИО и тормозного излучения, а также ДИО и ПРИ, было максимальным, с другой стороны, чтобы толщина кристалла была больше длины экстинкции, чтобы обеспечить режим динамической дифракции. Однако с увеличением толщины кристалла интенсивность ДИО возрастает слабее интенсивностей ПРИ и тормозного излучения, поскольку $W_1(x)$ – убывающая функция. На основании вышесказанного толщина кристалла была выбрана равной $1,0 \times 10^{-3}$ см.

Приведенные результаты расчетов угловых распределений ДИО получены для ускорителей с энергетическим разбросом пучка, равным $\frac{\Delta\gamma}{\gamma} = 5 \cdot 10^{-3}$.

Таким образом, ДИО обладает очень высокой спектральной и угловой плотностью, имея очень узкую спектральную ширину и угловую направленность. Причем ширина частотного и углового максимума ДИО значительно уже резонанса ПРИ, поэтому ДИО является очень чувствительным к параметрам пучка заряженных частиц (см. рис. 3) – малое отклонение от условия резонанса приводит к резкому падению интенсивности излучения.

Для обнаружения ДИО на фоне других конкурирующих механизмов излучений (ПРИ и тормозного излучения) в экспериментах по измерению угловых распределений необходимо, чтобы детектор имел достаточно хорошее энергетическое и угловое разрешения. Так, из рис. 4, *a* видно, что угловая ширина пика ДИО не превышает 2 мрад, на рис. 4, *б* ширина углового максимума почти на порядок уже.

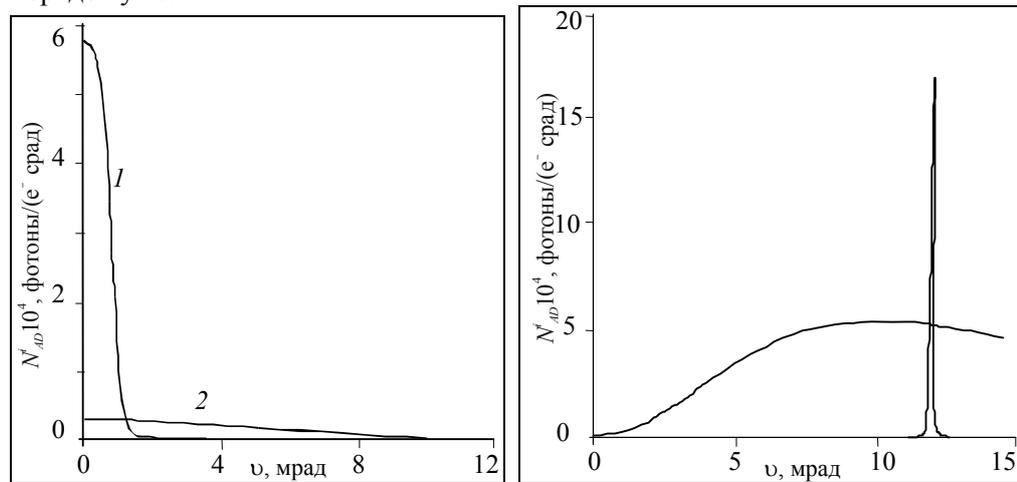


Рис. 4. Расчетные угловые распределения излучения электронов с энергией 50 МэВ, каналирующих в кристалле кремния между плоскостями (100):

a – $\omega_B = 87,51$ кэВ, 1 – ДИО, 2 – тормозное излучение;

б – $\omega_B = 37,05$ кэВ, 1 – ДИО, 2 – ПРИ

Итак, можно сделать выводы о возможности наблюдения ДИО в экспериментах по измерению угловых распределений.

Эксперимент по обнаружению ДИО может быть, в частности, основан на проведении измерений зависимости максимального значения плотности углового распределения от энергии частицы при $\gamma \rightarrow \gamma_R$, поскольку в этом случае относительно небольшие изменения γ , порядка 1 %, приведут к существенному изменению интенсивности ДИО.

Другой вариант эксперимента заключается в том, чтобы при фиксированной энергии частицы ($\gamma \geq \gamma_R$) и неизменном угле θ_B поворотом кристалла менять характер движения частицы в кристалле, от просто прямолинейного к осцилляторному. Затем, поворачивая кристалл в плоскости дифракции, изменять угол Брэгга θ_B таким образом, чтобы произошла полная трансформация углового распределения ДИО от распределения с максимумом на угле $\vartheta = 0$ до распределения с максимумом на угле $\vartheta \sim \vartheta_D$.

Может быть проведен и эксперимент с использованием коллиматора излучения в виде узкой щели, ориентированной вдоль азимутального угла $\varphi = 0 (\pi)$. Для угла $\theta_B \sim \pi/4$ ПРИ является линейно поляризованным ($s = \sigma$) и не испускается на углах $\varphi = 0 (\pi)$, ДИО также линейно поляризовано $s = \sigma$, но испускается при всех значениях азимутального угла φ .

6. Осциллятор в переменном внешнем поле

Обратим внимание, что релятивистский осциллятор в кристалле возникает также при движении каналированной частицы в искривленном переменном внешним полем (ультразвуком, лазерной волной) плоскостном (осевом) канале, т. е. в своеобразном электростатическом ондуляторе с частотой $\Omega' = v_z u - \Omega$, \vec{v} – волновой вектор ультразвуковой волны. В работе [12] рассмотрено ДИО от такого осциллятора, образованного внешней волной, проанализированы его спектральные и угловые характеристики.

Согласно [12], траектория частицы, движущейся в динамическом ультразвуковом ондуляторе, записывается в виде

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_{ch}(t) + \vec{r}^s(t) = \vec{r}_{ch}(t) + \vec{a} \cos(\Omega' t + \delta), \quad (10)$$

где $\vec{r}_{ch}(t)$ – радиус-вектор, описывающий обычное высокочастотное движение каналированной частицы, $\vec{r}^s(t)$ – радиус-вектор, описывающий движение в ультразвуковом ондуляторе.

Предполагая, что частота внешнего поля много меньше частоты колебаний в канале кристалла, можно рассматривать эти движения независимо, \vec{a}, δ – амплитуда и начальная фаза колебания частицы в ультразвуковом канале. Если амплитуда ультразвуковой волны удовлетворяет условию $|\vec{a}| \ll \frac{uv}{Edv^2}$ (E – энергия частицы, d – ширина кристаллографического барьера), то радиус искривле-

ния канала вследствие действия ультразвуковой волны много больше радиуса искривления траектории частицы, движущейся в неискривленном канале при падении на кристалл под углом порядка угла Линдхарда. В этом случае равновесная траектория центра тяжести положительно заряженной частицы соответствует траектории режима стабильного каналирования и искривление кристаллического канала под действием ультразвуковой волны ведет только к смещению равновесной траектории центра тяжести частицы Δ по мере движения ее через кристаллическую мишень. Как следствие, для положительно заряженной частицы, для которой $a_f + \Delta \leq d/2$ (a_f – амплитуда колебаний частицы в неискривленном канале), деканалирование, вызванное искривлением канала, можно учесть, рассматривая среднеквадратичный угол многократного рассеяния в таком канале как в аморфном веществе.

Существенная разница дифракционного излучения осциллятора в ультразвуковом канале от обычного ДИО заключается в том, что ультразвуковая волна воздействует на атомы (ядра) кристалла, что приводит к модуляции диэлектрической проницаемости кристалла, изменяющей процесс дифракции рентгеновского излучения. В результате изменяются волновые функции фотона, которые удовлетворяют уравнению Максвелла. В [12] получено спектрально-угловое распределение, а также полное число фотонов в дифракционный пик. Сравнение интегрального числа фотонов, излучаемых в дифракционный пик в прямом канале и канале, искривленном внешней ультразвуковой волной, показывает, что при выполнении неравенства $(am\Omega')^2 > (a_f\Omega_{21})^2$ интенсивность в ультразвуковом канале может превысить интенсивность ДИО в прямом канале.

7. Коллективное ДИО

Высокая спектрально-угловая плотность излучения осциллятора в кристалле, а также узкая спектральная и угловая ширина рефлекса излучения дали основание для предположения о возможности использования этого механизма спонтанного рентгеновского излучения для создания источника когерентного излучения на основе релятивистских пучков (ЛСЭ). Впервые идея параметрического рентгеновского генератора на основе пучков каналированных электронов была высказана в [12]. Было получено дисперсионное уравнение для собственных мод системы, которая состоит из электромагнитного излучения, пучка релятивистских осцилляторов и кристалла. Показана принципиальная возможность получения когерентного рентгеновского излучения на пучке релятивистских осцилляторов в кристалле. В [13, 14] была рассмотрена излучательная неустойчивость релятивистского пучка электронов, получен соответствующий инкремент нарастания неустойчивости. Фактически был рассмотрен новый вид рентгеновского ЛСЭ – объемный рентгеновский (кристаллический) лазер на свободных электронах (ОРЛСЭ), в основе работы которого лежит дифракционное излучение осцилляторов, формируемых в кристалле, например, в процессе каналирования [13], движения частиц в обычном магнитном ондуляторе или под действием внешней волны [14].

В работе такого кристаллического генератора принципиальным является то, что кристаллическая мишень не только формирует спонтанный механизм излучения, но и одновременно служит объемным резонатором для рентгеновского излучения, обеспечивающим появление объемной (трехмерной) распределенной обратной связи. Это позволяет оптимизировать систему и существенно снизить требования для достижения порога генерации. В этом случае кристаллические плоскости действуют как зеркала в резонаторе Фабри – Перо, но дифрагированная волна может распространяться под произвольным углом к направлению движения пучка. Было показано, что процесс усиления и генерации в кристаллическом объемном ЛСЭ может развиваться существенно эффективней вблизи возможного пересечения дифракционных дисперсионных кривых.

Анализ показал, что граничная задача для рентгеновского усилителя (генератора) при излучении пучка релятивистских частиц в периодической среде сводится к решению граничной задачи дифракции рентгеновской волны на «активной» периодической среде «кристалл + излучающий пучок электронов», что позволило существенно упростить рассмотрение задачи генерации. Было получено выражение для поляризуемости такой «активной» среды. Например, выражение для поляризуемости в случае каналированных «холодных» пучков частиц в усредненном потенциале кристалла имеет вид

$$\tilde{\varepsilon}_0(\vec{k}, \omega) = \varepsilon_0 - \frac{\tilde{\omega}_0^2}{\gamma\omega^2} - \frac{4\pi e^2 n_0}{\omega^2} (W_2 - W_1) \frac{|\tilde{\alpha}_{21}(\vec{k}) \vec{e}_\sigma|^2}{\omega - \vec{u}\vec{k} - \Omega_{21} + i\Gamma}, \quad (11)$$

где $\tilde{\alpha}_{21}(\vec{k})$ – матричный элемент оператора $\hat{\alpha} \exp(i\vec{k}\vec{r})$, который в дипольном приближении записывается в виде

$$\tilde{\alpha}_{21}(\vec{k}) = -ix_{21}(\Omega_{21}\vec{n}_x + k_x\vec{u}_z),$$

ось \vec{n}_x выбирается вдоль поперечного движения осциллятора в канале, \vec{u}_z – продольная скорость, параллельная плоскости каналирования, W_2 и W_1 – заселенности состояний 2 и 1, Γ – феноменологическая константа, учитывающая неупругие столкновения и имеющая порядок величины $(L_d)^{-1}$ (L_d – длина деканалирования). Очевидно, что взаимодействие частиц с излучением имеет резонансный характер при выполнении условия

$$\text{Re}(\omega - \vec{u}\vec{k} - \Omega_{21}) = 0.$$

Была решена также граничная задача и найдено условие на порог генерации в режиме слабого и сильного усиления, даны оценки необходимых параметров пучка для генерации в кристалле LiH. Показано, что стартовое значение плотности тока пучка в рассматриваемом случае для генерации в рентгеновском диапазоне частот может быть понижено до 10^8 А/см², в отличие от обычного магнитостатического ЛСЭ, для которого стартовое значение плотности тока в этом диапазоне частот достигает значения 10^{13} А/см².

Литература

1. Линдхард И. // УФН. 1969. Т. 99. С. 249.
2. Барышевский В. Г., Дубовская И. Я. // Докл. АН СССР. 1976. Т. 231. С. 1335.
3. Франк И. М. Излучение Вавилова – Черенкова. Вопросы теории. М., 1988.
4. Baryshevsky V. G., Dubovskaya I. Ya. // Phys. Stat. Sol. (b). 1977. Vol. 82. P. 403.
5. Baryshevsky V. G., Dubovskaya I. Ya., Gradovsky O. T. // Phys. Lett. 1982. Vol. 91A. P. 135.
6. Baryshevsky V. G., Dubovskaya I. Ya., Grubich A. O. // Phys. Stat. Sol. (b). 1980. Vol. 99. P. 205.
7. Baryshevsky V. G., Dubovskaya I. Ya. // J. Phys. C: Condens. Matter. 1982. Vol. 16. P. 3663.
8. Барышевский В. Г. Каналирование, излучение и реакции в кристаллах при высоких энергиях. Мн., 1982.
9. Барышевский В. Г., Градовский О. Т., Дубовская И. Я. // Вести АН БССР. Сер. физ.-мат. наук. 1987, № 6. С. 77–81.
10. Grubich A. O., Lugovskaya O. M., Cherkas S. L. // J. Phys. 1993. Vol. 3. P. 2139.
11. Kim K. J., Berz M. et al. // NIM. 1991. Vol. A304. P. 223.
12. Барышевский В. Г., Феранчук И. Д. // Докл. АН БССР. 1983. Т. 27. С. 995.
13. Baryshevsky V. G., Dubovskaya I. Ya., Zege A. V. // Nucl. Instr. Meth. 1990. Vol. 135A. P. 368.
14. Baryshevsky V. G., Dubovskaya I. Ya., Zege A. V. // Phys. Lett. 1990. Vol. 149A. P. 30.

DIFFRACTION RADIATION FROM RELATIVISTIC OSCILLATOR

I. Ya. Dubovskaya, O. M. Lugovskaya

For a charged particle channeled along a crystal axis or plane the projectile path is formed by correlated collisions with crystal atoms. The particle moves in a effective potential obtained by smearing the crystal potential along the crystal axis or plane [1]. This motion is accompanied by a special type of radiation, so-called channeling radiation [8]. X-ray radiation from a relativistic oscillator in a crystal is essentially modified under diffraction conditions for emitted photons. A new diffraction radiation is a result of coherent summation of two processes – photon radiation and photon diffraction. It has been called diffraction radiation of oscillator (DRO) [9].

Though predicted back in 1977 [2, 4], DRO has not so far been observed experimentally. Its study is of considerable interest, since DRO may find application in treating different effects in the optics of a relativistic emitter moving in refracting media [3]. In [10] the possibility of the DRO experimental observation by measuring the angular distribution was analyzed. It was shown that this experiment demanded particle beams of high quality because the radiation characteristics were very sensitive to the particle beam parameters.

Relativistic oscillator can be formed not only by an unperturbed crystal channel but also by an external ultrasonic or laser field which subjects to the crystal and forms a bent crystal channel, that is the relativistic oscillator can be a channeled particle which moves in some electromagnetic undulator [12].

The high spectral and angular densities of diffraction radiation of oscillator and also narrow spectral and angular widths of radiation reflex give the basis of its application for construction of X-ray coherent radiation source by using relativistic particle beams in crystal. Such system can be considered as a crystal X-ray free electron laser (FEL). The idea of parametric X-ray generator on the basis of channeled electron (positron) beams was firstly expressed in [12]. As it was said above, the radiating oscillator can be formed in different ways. This can be electrons, channeled in averaged crystallographic potential of plane or axes [13] or oscillator formed by an external field or moves in electromagnetic undulator [14].